Noções de Estatística

Aula 5

* O que é uma probabilidade?
* Espaço amostral
* Notação
* Composição de Eventos
* Probabilidade Condicional e Independência

5.1 Introdução a Probabilidade

Quando falamos em probabilidade, estaremos automaticamente falando em incerteza.

Se quisermos tentar fazer uma previsão sobre um determinado evento futuro (ou inferir sobre uma população) teremos que considerar uma série de informações e, certamente, quanto mais informações tivermos sobre esse evento, menos incerteza teremos quanto à previsão (ou inferência) desse evento.

A primeira informação que se deve ser sempre considerada, é quanto ao espaço amostral.

A noção de espaço amostral é bastante intuitiva. O espaço amostral nos permite delimitar quais são os eventos possíveis de um determinado experimento. Essa informação nos permite automaticamente excluir eventos impossíveis e, consequentemente, diminuir a nossa incerteza.

Exemplo:

Imagine que eu lançarei um dado comum de 6 faces.

Como poderíamos prever o resultado desse lançamento?

A primeira coisa que observamos é que é impossível que o resultado seja 0 ou 7 ou -2 ou 3,5.

Existem resultados possíveis e impossíveis.

Os resultados possíveis são, necessariamente, valores que pertencem ao conjunto:

{1,2,3,4,5,6}

Caso eu não tenha informações adicionais a respeito desse dado (se ele é viciado para um número, por exemplo), posso atribuir igual probabilidade de ocorrência para todos os possíveis resultados. A minha incerteza sobre cada resultado é igual.

Nesse caso, portanto, cada possível resultado receberá uma medida comum de probabilidade:

= = 0,166666 = 16%

Como eu não possuo informações adicionais para reduzir a minha incerteza, a minha previsão poderá ser qualquer um dos 6 números.

O que significa essa probabilidade?

Significa que, se o dado for equilibrado (assim como o jogador e todas as demais condições de lançamento), se lançarmos esse dado 100 vezes e apostarmos sempre em um mesmo número, esperamos observar esse número aproximadamente 16 vezes. (Esperamos observar cada um dos 6 números aproximadamente 16 vezes).

Resumindo: Uma probabilidade é uma medida de incerteza.

A medida de probabilidade será sempre um valor entre 0 e 1 (ou 0% e 100%).

Notação:

: Espaço amostral

: Conjunto vazio

: A, B, C, ...

: Probabilidade de ocorrer o evento .

O que é um evento?

Um evento é um conjunto de resultados de um experimento.

Exemplos:

A: Sair um número par.

{2,4,6}

B: Sair um número < 4

{1,2,3}

C: Sair o número 5

{5}

Propriedades das probabilidades:

(evento certo)

(evento impossível)

5.2 Composição de Eventos

Vamos retomar a definição de evento.

Um evento é um conjunto de resultados de um experimento.

Sabemos também que, dado que um evento é um conjunto de resultados, é possível pensarmos em vários conjuntos. Além disso, é possível pensarmos em conjuntos que se relacionam de alguma forma.

\*Revisão:

Por exemplo:

A: Um número maior que 0

B: Um número inteiro

C: Um número inteiro E maior que zero E menor que 4

D: Um número inteiro E maior que zero E menor que 4

E par

A:

0

B:

0 1 2 3 4 5...

C:

0 1 2 3 4

D:

2

Quando falamos em um conjunto que simultaneamente contém duas propriedades, falamos em intersecção de conjuntos.

: Intersecção

Exemplo:

A: um número maior que zero

B: um número inteiro

0 1 2 3 4 5...

Quando falamos em um conjunto que pode conter uma propriedade OU outra, falamos em União.

0

Quando falamos em um conjunto que não contém uma certa propriedade, falamos em conjunto complementar:

A: Um número par

Qualquer número que não seja par (números ímpares)

Dizemos que A e B são mutuamente exclusivos se A e B não possuem elementos em comum, ou seja,

A união de um evento com o seu complementar resulta no espaço amostral.

A intersecção de um evento com o seu complementar resulta em conjunto vazio.

Diagramas de Venn:

Os diagramas de Venn são utilizados para ilustrar as possíveis relações entre conjuntos.

Eventos Complementares

Eventos com intersecção

Eventos disjuntos

B

A

A

B

A

Regra da adição de Probabilidades:

Suponha o seguinte experimento:

Sorteio de um número (inteiro) entre 1 e 20.

A: Um número par

B: Um número até (inclusive) 10

Qual seria a probabilidade de sortearmos A B?

Ou seja, qual a probabilidade de sortearmos um número par OU um número até 10?

Poderíamos simplesmente somar as probabilidades de cada evento. Mas observe que P(A) = 50% e P(B) = 50%. A soma dessas probabilidades é 100%. O que significaria que com certeza eu sortearia um número ou par ou menor que 10. Mas sabemos que isso é mentira porque eu posso sortear um número maior que 10 e ímpar, 13 por exemplo.

O que não foi levado em conta acima é que há uma intersecção entre os conjuntos A e B. Ou seja, se eu sortear um número par menor que 10, estarei satisfazendo A e B simultaneamente. Em outras palavras, a intersecção de A com B pertence tanto ao conjunto A quando ao B. Precisamos contar essa intersecção apenas uma vez.

Para corrigir esse problema, seguimos a seguinte regra:

Observe que se A e B forem eventos disjuntos,

Observação:

Para qualquer evento A,

5.3 Probabilidade condicional e independência